

Algorithmes de type communication avoiding

Algorithmes de type communication avoiding (7,5 points):

1. Donnez un exemple d'opération en algèbre linéaire effectuée sur une matrice de dimension $n \times n$ et un algorithme qui ne permet pas de minimiser les communications.
2. Pour la même opération, donnez un algorithme qui permet de minimiser les communications et détaillez pourquoi.
3. On considère la parallélisation sur P processeurs de la factorisation QR d'une matrice dense $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, ou $m \gg n$, c'est à dire la matrice a beaucoup plus de lignes que de colonnes. Cette factorisation s'écrit comme $A = QR$, avec $Q \in \mathbb{R}^{m \times n}$ et $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$. En entrée, la matrice A est distribuée sur les P processeurs en utilisant une distribution par blocs de lignes. En sortie, le facteur Q doit être distribué sur les processeurs en utilisant la même distribution que celle de la matrice A . Le facteur R doit être dupliqué sur tous les processeurs.
 - (a) Ecrivez un algorithme parallèle qui minimise les communications (en pseudo-code) pour calculer la factorisation $A = QR$.
 - (b) Calculez le temps parallèle de cet algorithme. Le temps nécessaire à envoyer un message de q mots est estimé comme Temps message = $\alpha + q \cdot \beta$, où α est la latence du réseau et β est l'inverse de la bande passante du réseau.